HÁSKÓLI ÍSLANDS **Eðlisfræðiskor**
Raunvísindadeild **Eðlisfræði I**

Sleði með segulhemlun á svifbraut

Tilvísun

1. Young & Freedman: *University Physics*, kaflar 13.1–2 og 13.7.
2. Benson: *University Physics*, kaflar 15.1–2 og 15.5.

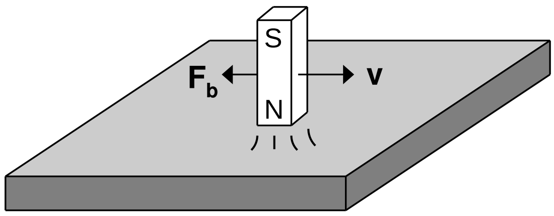
1 Inngangur

Í þessari æfingu skal mæla segulhemlun sleða sem rennur eftir svifbraut. Tilraunin skiptist í tvennt. Í fyrri hlutanum er segulhemlunarstuðull fundinn með því að mæla hvernig sleðinn hægir á sér á láréttri braut og hver lokahraði hans er á hallandi braut. Í síðari hlutanum er sleði með seglum látinn sveiflast milli tveggja gorma og virkar segullinn sem dempari á sveifluna. Líkan þessa sveiflukerfis er vel þekkt og með samanburði við það má finna segulhemlunarstuðulinn. Tveir nemendahópar vinna þessa tilraun samtímis, annar hópurinn byrjar á fyrri hlutanum en hinn á þeim síðari og skipta svo um.

2 Segulhemlun

Loftviðnámskraftur á sleða sem er á hreyfingu á svifbraut er lítill og er litið fram hjá honum í bili. Segulhemlun sem byggir á lögmáli Lenz og er oft notuð til að dempa sveiflur, má lýsa svo í afar stuttu máli:

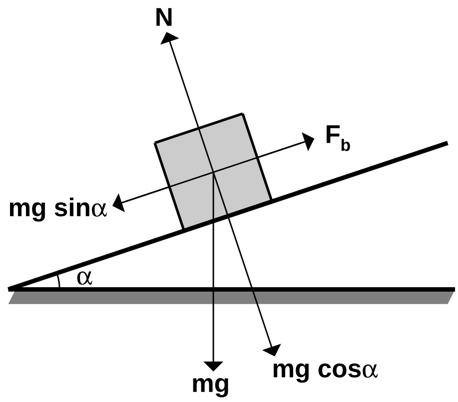
> *Hreyfing seguls í grennd við málmplötu (leiðandi efni) þar sem segullínurnar ganga inn í plötuna veldur kraftverkun milli seguls og plötu. Krafturinn er í réttu hlutfalli við hraða segulsins miðað við plötuna en hefur andstæða stefnu.*



Mynd 1: Segull á hreyfingu miðað við leiðandi plötu. Á hann verkar kraftur í réttu hlutfalli við hraðann, en í andstæða stefnu.

2.1 Svifbraut

Svifbraut er holur stokkur sem er þéttriðinn loftgötum á þeim hliðum sem upp snúa. Lofti er blásið inn í stokkinn og loftstreymið út um þessi göt heldur sérstökum söðullaga sleða á floti þannig að hann getur hreyfst viðnámslítið eftir lengdarás stokksins.
Tilmæli: Dragið sleðann aldrei eftir brautinni nema loftstraumurinn hafi lyft honum. Annars rispast brautin og vagninn af núningi við rykagnir á milli flatanna.



Mynd 2: Kraftar, sem verka á sleða sem er á ferð niður hallandi svifbraut, leystir upp í þætti samsíða og þvert á brautina.

3 Fyrri hluti

Þessi hluti æfingarinnar er unninn á lengri svifbrautinni.

3.1 Kraftar sem verka á sleða á hallandi braut

Skoðum almenna dæmið um krafta sem verka á sleða á hallandi svifbraut (sjá mynd 2). Á sleðann eru festir seglar sem mynda viðnámskraft í gagnstæða átt við hraðann eins og fyrr er lýst. Summa kraftanna þvert á skáplanið er núll, en samsíða því er $\sum F = mg\sin\alpha - bv$. Annað lögmál Newtons segir $\sum F = ma$, þar sem $a = dv/dt$. Því fæst diffurjafna fyrir hraða

$$m\frac{dv}{dt} = mg\sin\alpha - bv \tag{1}$$

Almenn lausn hennar er

$$v = v_\infty + (v_0 - v_\infty)e^{-\kappa t} \tag{2}$$

þar sem

$$\kappa = \frac{b}{m} \qquad \text{og} \qquad v_\infty = \frac{mg\sin\alpha}{b}$$

Hér er v_0 upphafshraði, v_∞ lokahraði á hallandi braut og v er hraði á láréttri braut. Takið eftir að hraðinn breytist sem hið þekkta veldisfall frá upphafs– að lokahraða.

3.2 Óvissa mælinga

Líkanið sem við notum við að mæla segulhemlunarstuðulinn b gerir ráð fyrir að svifbrautin sé bein (α = fasti) en svo er náttúrlega ekki nema innan ákveðinna óvissumarka. Byrja þarf tilraunina á að meta hvert framlag sveigju í brautinni er til óvissun á α og ef til vill velja heppilegan stað á brautinni fyrir mælingu á b.

- Hafið svifbrautina lárétta, leggið sleða með seglum á hana og fylgist með því hve hratt hann rennur. Fari hann alltaf í sömu átt hallar brautin í heild og því þarf að rétta hana af.
- Finnið hallann á nokkrum stöðum á brautinni (leitið uppi hvar hann er mestur) með því að mæla lauslega hve lengi vagninn er að renna 10 cm úr kyrrstöðu.

Gætið þess að skrá staðsetningu á brautinni og hreyfistefnur.

Tillaga að úrvinnslu: Minnsta mæligildið á t segir til um mesta staðbundinn halla, $\Delta\alpha$, á brautinni. Notið líkönin $s = \frac{1}{2}at^2$ og $\Delta\alpha = a/g$ til að meta stærðina $\Delta\alpha$, sem er framlag til heildaróvissu á halla brautarinnar. Framlag til komið vegna sveigju í lögun brautarinnar.

3.3 Mælingar á láréttri braut

- Notið sleða með áföstum seglum og randaplötu. Viktið sleðann.
- Komið ljóshliði fyrir yfir sleðanum þannig að rendurnar rjúfi geislann eins og til stendur. Tengið rafrænu klukkuna við ljóshliðið og veljið *Acceleration Mode* mæliháttinn til að mæla hraða og hröðun vagnsins. *Leiðbeiningar um notkun klukkunnar má nálgast í viðauka.*
- Ýtið vagninum af stað en sleppið áður en hann kemur að ljóshliðinu. Endurtakið nokkrum sinnum með mismunandi byrjunarhraða til að fá mismunandi gildi á t.
- Skráið tímasetningu á því að fyrstu tvær og síðustu tvær dökku rákirnar á spjaldinu rjúfa geislann. Fyrri tveir atburðirnir gefa byrjunarhraðann v_0 og seinni tveir atburðirnir stærðirnar t og v_t.
- Þessi gögn eiga að falla að líkani (2) þar sem $v_\infty = 0$. Skynsamlegt er að gera þetta til beggja átta. Lesið viðnámsstuðulinn b úr gögnunum.

Tillaga að úrvinnslu: Við gerum ráð fyrir að meðaltal margra mælinga gefi okkur betri mynd af hraðaminnkuninni en ein mæling. Því reynum við að mæla oft og vinna úr safninu í heild. Þar sem $v_\infty = 0$ í líkani (2) má einfalda líkanið í $\ln(v_t/v_0) = -\kappa t$. Úr hverri mælingu fáum við hraðana $v_0 = \frac{dx}{dt_1}$ og $v(t) = \frac{dx}{dt_n}$ ásamt gildi á t. Ef gert er ráð fyrir að fjarlægðin dx sé jöfn fyrir öll bil fæst

$$\frac{v_t}{v_0} = \frac{dx/dt_n}{dx/dt_1} = \frac{dt_1}{dt_n}$$

Teiknið $\ln(v_t/v_0)$ sem fall af t. Standist líkanið fæst línulegt samhengi með hallatölu $-\kappa$.

3.4 Mælingar á hallandi braut

- Hallið brautinni með því að setja þykka álklossa (4 - 30 mm) undir annan enda hennar. Komið ljóshliðinu fyrir neðarlega á brautinni.
- Sleppið sleðanum efst á brautinni, e.t.v. með einhverjum byrjunarhraða. Tryggið að vagninn sé kominn á lokahraða við ljóshliðið.
- Mælið lokahraðann v_∞ og finnið viðnámsstuðulinn b.

Tillaga að úrvinnslu: Mælið fyrir nokkur hallagildi og teiknið upp línurit af v_∞ sem fall af $\sin\alpha$. Viðnámsstuðulinn b má lesa úr hallatölu.

4 Síðari hluti

Þessi hluti er unninn á styttri svifbrautinni.

4.1 Kraftar sem verka á sleða sem er festur milli tveggja gorma á svifbraut

Sleði með seglum er festur á milli tveggja gorma á svifbraut. Ef enginn viðnámskraftur verkar lítur dæmið út eins og sýnt er í kafla 13.1 (Young & Freedman) með þeirri einu undantekningu að annar gormur er hinumegin við massann. Auðvelt er að sjá að gormar með kraftstuðla k_1 og k_2 sitt hvoru megin við massann virka eins og þeir væru báðir (samsíða) öðru megin við hann eða sem einn gormur með kraftstuðulinn $k = k_1 + k_2$.

Kraftjafna kerfisins er

$$\sum F = ma = F_{gormar} + F_{segulviðnám} = -kx - bv$$

eða

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0 \tag{3}$$

Þessi jafna hefur lausn á forminu

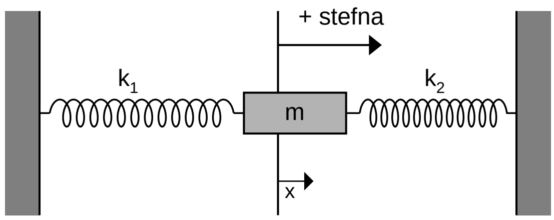
$$x = Ae^{-\gamma t}\cos(\omega t) \tag{4}$$

þar sem

$$A \text{ er fasti} \qquad \text{og} \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2},$$

með

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \text{og} \qquad \gamma = \frac{b}{2m}$$



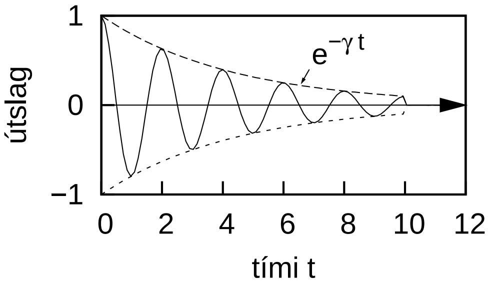
Mynd 3: Massi sveiflast milli tveggja gorma. Segulviðnámskrafturinn $F_b = bv$ dempar sveifluna.

Stærðina ω_0 nefna Young & Freedman „natural angular frequency“, en er víða kölluð „resonance (angular) frequency“ eða á íslensku *hermi(horn)tíðni*. Þetta er sú tíðni[1] sem kerfið sveiflast á ef dempun er engin.

[1] Afar mikilvægt er að gera greinarmun á tíðni og horntíðni. Tíðni er yfirleitt táknuð með f eða ν og segir hve oft eitthvað gerist á tímaeiningu, t.d. sveiflur á sekúndu og hefur eininguna Hz. Horntíðni á alltaf við um færslu á einingarhring (sin eða cos sveiflur), er táknað með ω og hefur eininguna rad/s. Samband milli þessara stærða er $\omega = 2\pi f$.

Þar sem ekki hægt að losna við dempun er hægt að mæla ω_0 með því beita kerfið þvinguðum sveiflum. Við ákveðna þvingaða tíðni verður útslagið á massanum mest. Þaðan er komið forskeytið hermi- (resonance).

Dæmi: Staur með umferðarmerki er sveiflukerfi. Reynið að sveifla honum. Hann bregst lítið við nema við ákveðna tíðni sem er hermitíðni kerfisins. Stærðina ω nefna Young & Freedman „damped angular frequency" og er ætíð litlu lægri en ω_0. Á íslensku er yfirleitt talað um ω sem *eigintíðni kerfisins*. Mynd 4 sýnir reiknaðan feril sveiflu líkans (4) fyrir



Mynd 4: Dempuð sveifla. Þessi mynd getur átt við staðsetningu massa sem sveiflast milli gorma með dempun eða t.d. rafstraum í RCL rafrás

litla dempun ($\frac{\gamma}{\omega} = 7\%$). Við meiri dempun lækkar eigintíðni kerfisins og við $\gamma = \omega_0$ verður engin sveifla í kerfinu, vagninn (í þessu tilfelli) sígur með „krítískri" dempun, þ.e. með fallinu $e^{-\gamma t}$ að miðstöðu. Við enn hærri dempun sígur vagninn hægar að miðstöðunni en þó enn sem veldisfall.

4.2 Mælingar á sveiflu á svifbraut

Sleðinn liggur á svifbrautinni, tengdur gormum, tilbúinn til mælinganna.

- Stillið rafklukkuna á *Period Mode* til að mæla lotu kerfisins T. Færið sleðann frá miðstöðu, sleppið honum og mælið eigintíðni ω kerfisins.
- Færið sleðann aftur frá miðstöðu og finnið dempunina með því að mæla mesta útslagið til annarrar áttar í hverri sveiflu.
- Viktið sleðann.
- Mælið gormstuðulinn beint með því að halla brautinni og mæla hve langt sleðinn sígur undan hallanum.

Berið mæligögn ykkar saman við líkan (4), finnið dempunarstuðulinn γ, viðnámsstuðulinn b og hermitíðnina ω_0. Reiknið gormstuðulinn k, ($k = k_1 + k_2$) og berið saman við mælingarnar.

Tillaga að úrvinnslu: Til að finna dempunarstuðulinn γ er litið á mynd 4. Staðsetningu í ystu stöðu hverrar sveiflu er lýst með $x_n = Ae^{-\gamma t_n}$ eða $\ln x_n = \ln A - \gamma t_n$ þar sem $t_n = n \cdot T$. Upplýsingar um γ liggja því í hallatölu ferilsins $\ln x_n$ sem fall af t_n. Kraftstuðul gorms má finna út frá líkaninu $\sum F = mg \sin\theta - kx$.